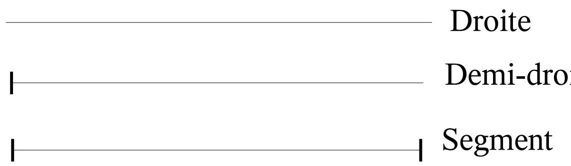
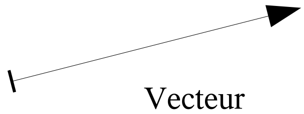
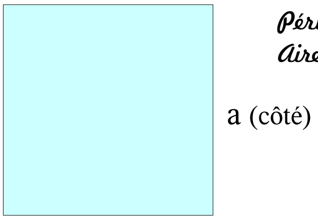
Abrégé de mathématiques



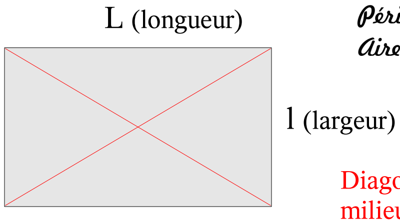


Vecteur
(Point d'application, sens
direction)



Carré

Périmètre = 4 x a = 4a
Aire = a x a

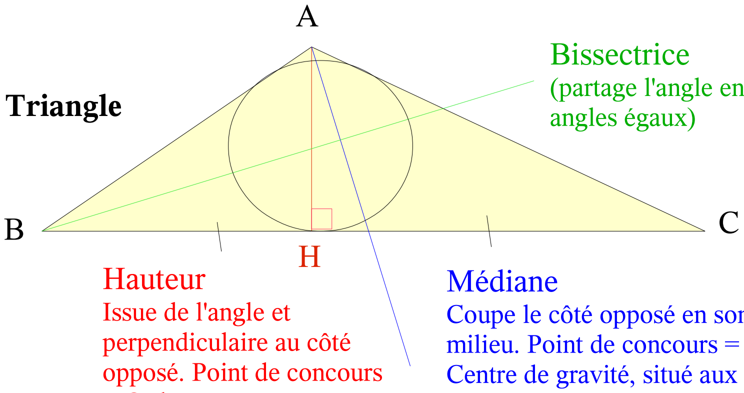


Rectangle

Périmètre = 2L + 2l
Aire = L x l

Diagonales, sécantes en leur milieu et égales.

Triangle



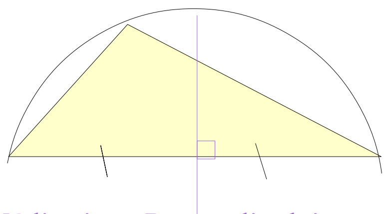
Bissectrice
(partage l'angle en 2 angles égaux)

Hauteur
Issue de l'angle et perpendiculaire au côté opposé. Point de concours = Orthocentre.

Médiane
Coupe le côté opposé en son milieu. Point de concours = Centre de gravité, situé aux ⅔ de chaque médiane.

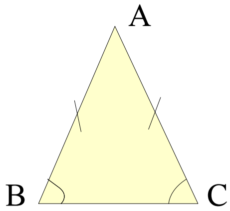
Truc !
Droites remarquables du triangle : Bioman (bissectrices, Hauteurs, médianes).
Bien (le croisement des 3 Bissectrices donne le centre du cercle Inscrit)

$$Aire = \frac{h \times base}{2} = \frac{AH \times BC}{2}$$

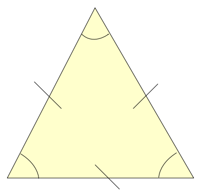


Médiatrice ; Perpendiculaire au milieu d'un côté

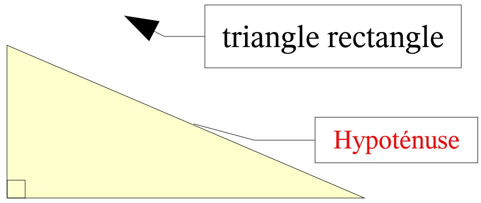
Truc !
Messire (le croisement des 3 médiatrices donne le centre du cercle circonscrit)

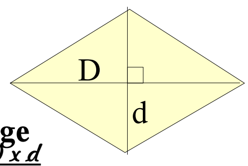


Triangle isocèle en A
(2 côtés et 2 angles égaux)



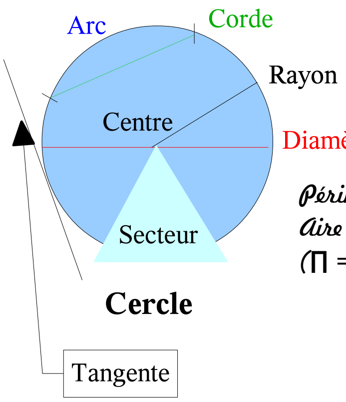
Triangle équilatéral (3 côtés et 3 angles égaux) Hauteurs, médianes, bissectrices et médiatrices sont confondues.





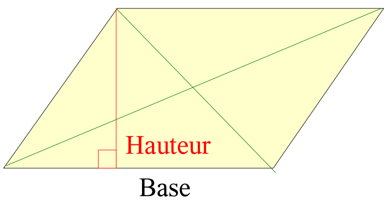
Losange

$$Aire = \frac{D \times d}{2}$$



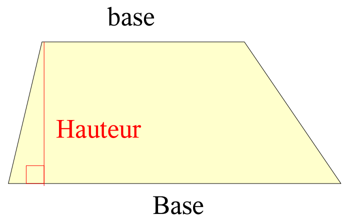
Cercle

Périmètre = 2 ∏ R
Aire = ∏ R²
(∏ = 3,14)



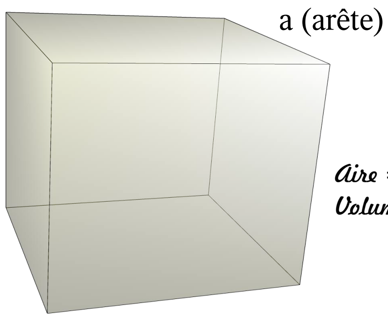
Parallélogramme

Aire = H x base
Les diagonales se coupent en leur milieu



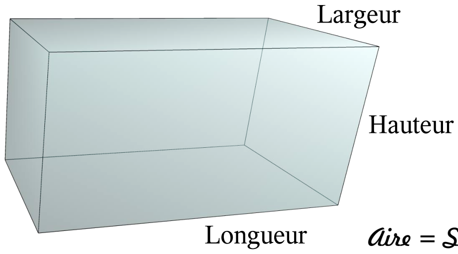
Trapèze

$$Aire = \frac{Base + base}{2} \times Hauteur$$



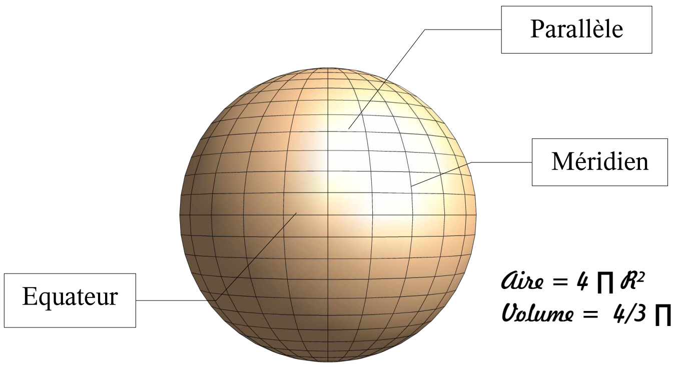
Aire = 6 a^2
Volume = a^3

Cube



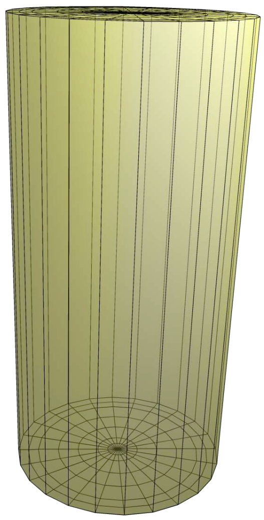
Aire = Somme des 6 faces
Volume = $L \times l \times h$

Pavé (parallélépipède)



Aire = $4 \Pi R^2$
Volume = $4/3 \Pi R^3$

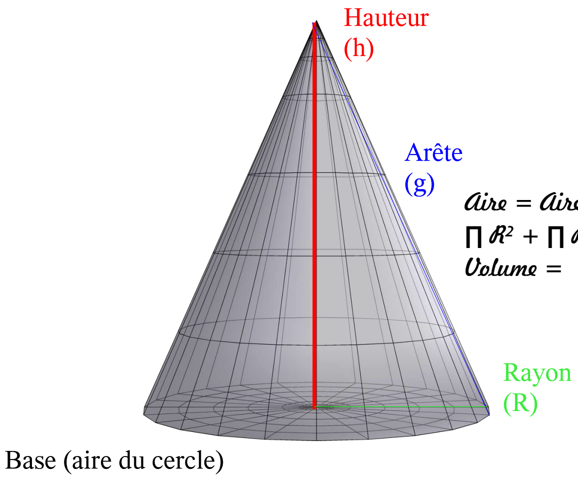
Sphère



Aire = Aire du cercle de base x 2 + aire du rectangle développé.

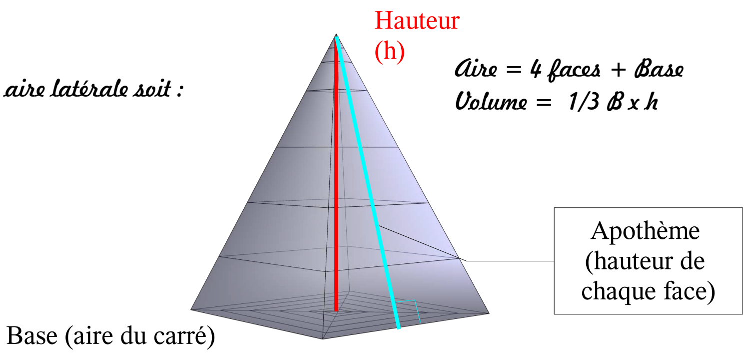
Volume = Aire du cercle de base x hauteur

Cylindre



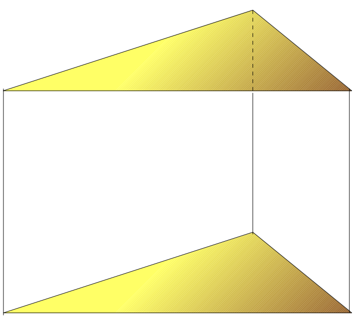
Aire = Aire de la base + aire latérale soit :
$\Pi R^2 + \Pi R g$
Volume = $1/3 B \times h$

Cône



Aire = 4 faces + Base
Volume = $1/3 B \times h$

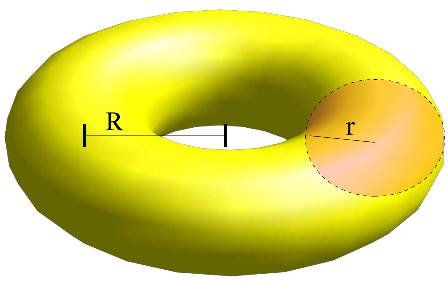
Pyramide



Aire = 3 faces + 2 bases
Volume = $B \times h$

Base (aire du triangle)

Prisme



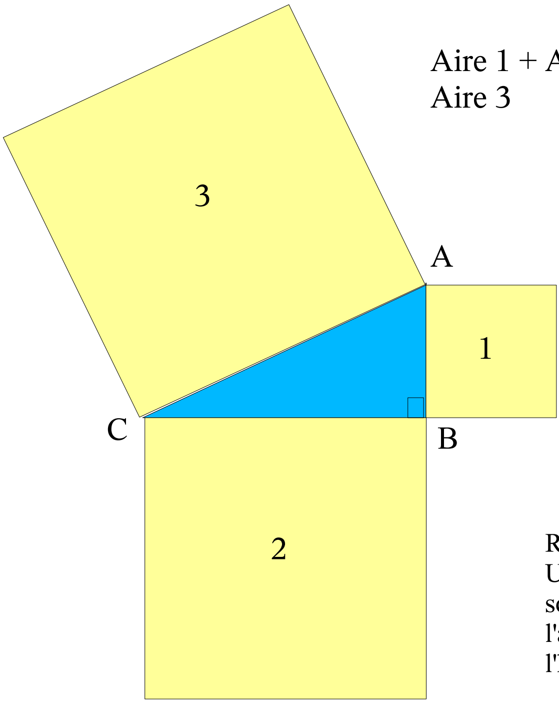
Aire = $4 \Pi^2 \times r \times R$
Volume = $2 \Pi^2 \times r^2 \times R$

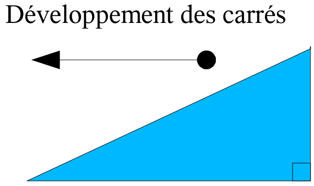
R : centre du disque au centre du cylindre torique.
r : rayon du cercle torique en coupe.

Tore

Pythagore

Aire 1 + Aire 2 =
Aire 3





Le carré de l'hypoténuse est égal à la sommes des carrés des deux côtés de l'angle droit.

==> $AC^2 = AB^2 + BC^2$

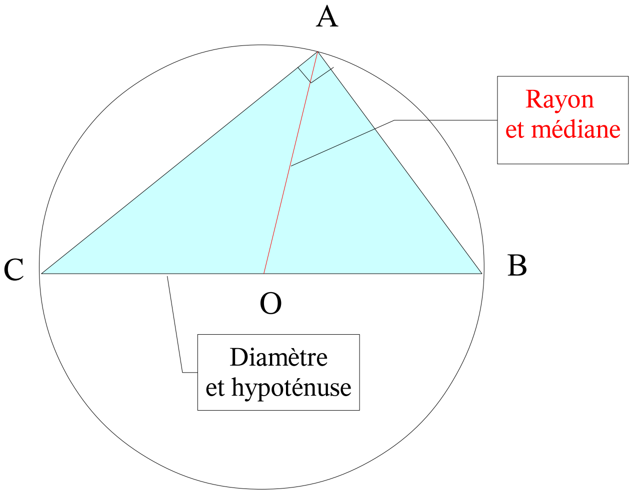
D'où
$AB^2 = AC^2 - BC^2$
$AB = \sqrt{AC^2 - BC^2}$

et
$CB^2 = AC^2 - AB^2$
$CB = \sqrt{AC^2 - AB^2}$

Réciproque :
Un triangle est donc rectangle, si la somme des carrés des deux côtés de l'angle droit est égale au carré de l'hypoténuse.

Triangle rectangle

La somme des deux angles aigus d'un triangle rectangle fait 90°



L'hypoténuse d'un triangle rectangle en A est confondue avec le diamètre du cercle circonscrit.

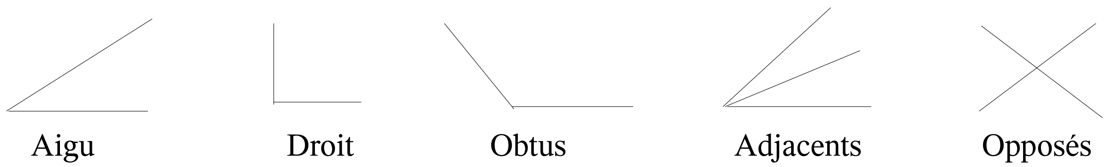
La médiane relative à l'hypoténuse est alors confondue avec le rayon du cercle.

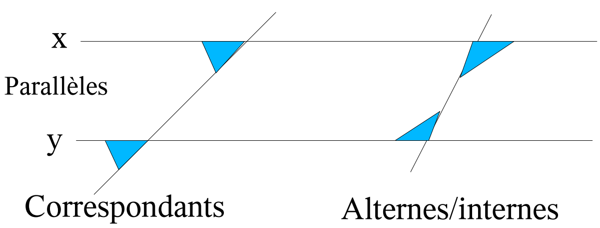
AO = OB = OC
AO = ½ BC

Réciproque :
Un triangle est donc rectangle
* si la médiane relative au plus grand côté est égale à la moitié de ce côté.
* si le plus grand côté est confondu avec le diamètre du cercle circonscrit.

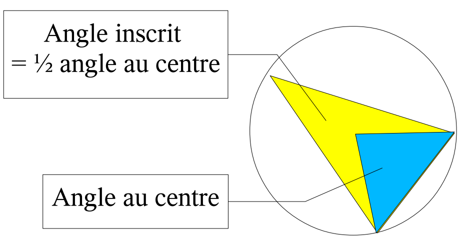
Angles

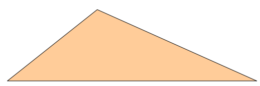
Deux angles complémentaires font 90° soit un angle droit
Deux angles supplémentaires font 180° soit un angle plat.





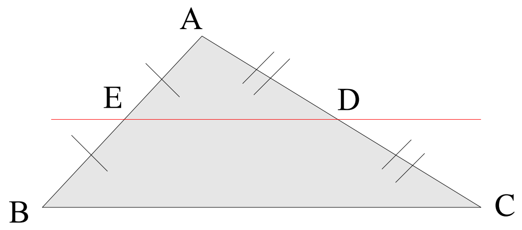
Leur égalité prouve le parallélisme des droites x et y





La somme des angles d'un triangle est égale à 180 °

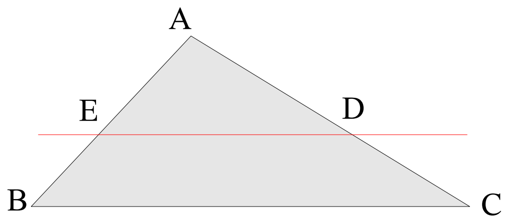
Droite des milieux



Dans un triangle, si une droite passe par le milieu de deux côtés, elle est parallèle au troisième.
ED // BC
Le segment ED est égal à la moitié du segment BC.
ED = ½ BC

Corollaire :
Si une droite parallèle à un côté coupe un autre côté en son milieu, alors elle détermine le milieu du troisième côté.

Thalès et proportionnalité



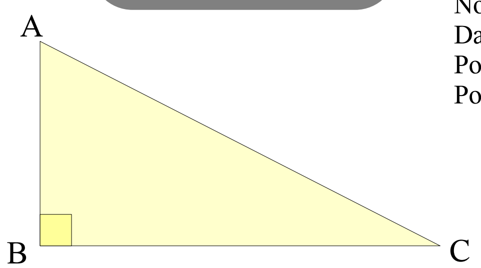
Des parallèles (BC et ED) déterminent sur des sécantes (AB et AC), des segments proportionnels et des angles égaux.

Ainsi $\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC} = \frac{ED}{BC}$

Et AED = ABC
ADE = ACB

Si sur deux sécantes, les points AEB et ADC sont alignés, et que l'égalité $\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC} = \frac{ED}{BC}$ soit vérifiée, alors ED // BC.

Cosinus, sinus et tangente



Note
Dans l'exemple ci-joint, l'hypoténuse est toujours AC.
Pour l'angle A, le côté adjacent est AB, le côté opposé BC.
Pour l'angle C, le côté adjacent est BC, le côté opposé AB.

Truc !
Se rappeler Cosadjyp
Sinopyp

Le cosinus d'un angle est le rapport du côté adjacent sur l'hypoténuse.

Cos A = $\frac{AB}{AC}$ Cos C = $\frac{BC}{AC}$

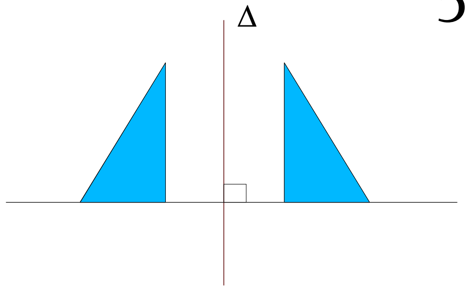
Le sinus d'un angle est le rapport du côté opposé sur l'hypoténuse.

Sin A = $\frac{BC}{AC}$ Sin C = $\frac{AB}{AC}$

La tangente d'un angle est le rapport du côté opposé sur le côté adjacent, ou le rapport sinus sur cosinus.

Corollaire :
A partir de la distance BC et de la mesure de l'angle C, on peut ainsi trouver la mesure de AB selon la formule
AC = $\frac{BC}{\text{Cos C}}$
Pythagore permet ensuite de déduire AB selon que $AC^2 - BC^2 = AB^2$
Donc
$\sqrt{AC^2-BC^2} = AB$

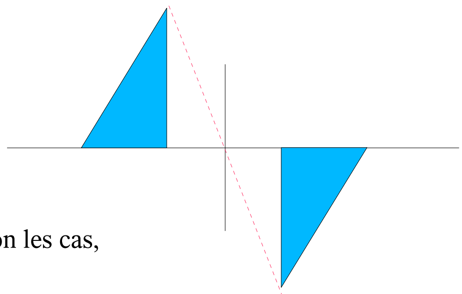
Symétrie orthogonale (ou axiale)



La symétrie orthogonale d'une figure se construit en référence à un axe (médiatrice).
Les figures sont superposables en pliant selon l'axe Δ appelé axe de symétrie.

Les angles, aires et longueurs selon les cas, sont égales d'une figure à l'autre.

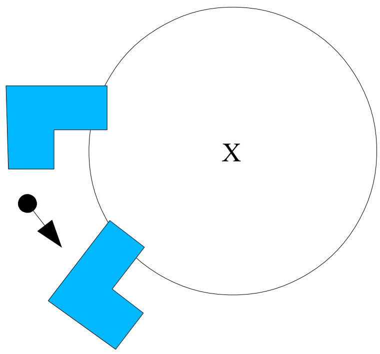
Symétrie centrale



La symétrie centrale d'une figure se construit en référence à un point (milieu).
Les figures sont superposables par double pliage.

Les angles, aires et longueurs selon les cas, sont égales d'une figure à l'autre.

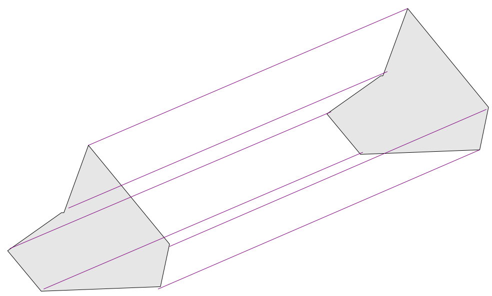
Rotation



Déplacement d'une figure sur un cercle

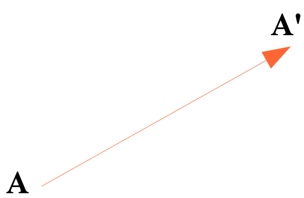
Les angles, aires et longueurs selon les cas, sont égales d'une figure à l'autre.

Translation



Déplacement linéaire d'une figure.
Tous les points de celle-ci suivent la même direction, le même sens, et la même distance de déplacement.

Vecteurs

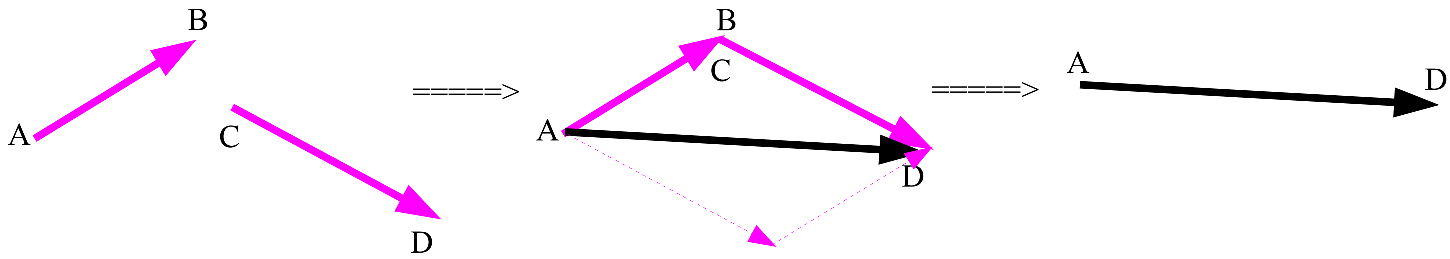


Le vecteur est un cas particulier de translation d'un point, comportant direction' AA'), sens (de A vers A'), et longueur (AA').

Il se note $\overrightarrow{AA'}$

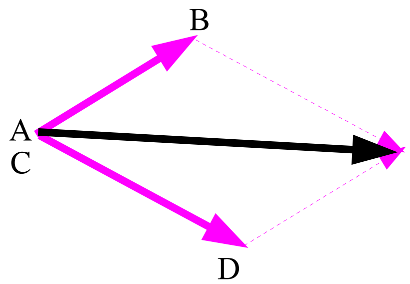
Somme vectorielle
(Relation de Chasles)

L'addition de deux vecteurs, qui n'a rien à voir avec l'addition ordinaire, utilise le parallélogramme composé des deux vecteurs mis bout à bout, et la diagonale dont la mesure est la somme des deux vecteurs considérés..



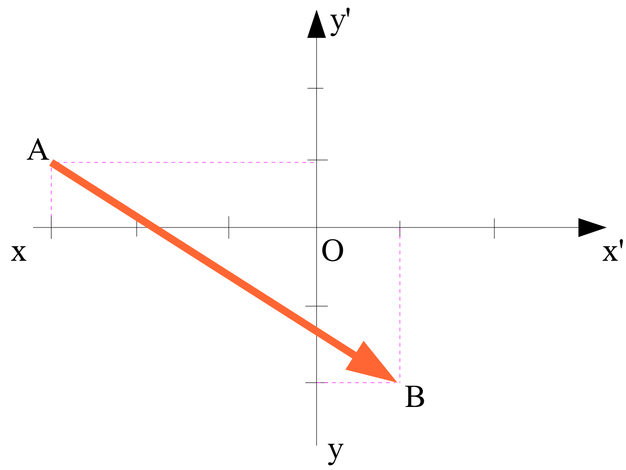
Le vecteur $\overrightarrow{AD}$ est la somme des vecteurs $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$

Le même calcul peut être fait en positionnant les deux vecteurs à partir d'une origine commune.



Repère orthonormé

Les coordonnées d'un point, d'un segment, d'un vecteur, s'établissent à partir de l'axe des abcisses (xx') puis de l'axe des ordonnées (yy').



Les coordonnées du point A sont (-3, 1)
Les coordonnées du point B sont (1, -2)

Considérant le vecteur $\overrightarrow{AB}$
les coordonnées en sont :
$X_{AB} = X_B - X_A$ et $Y_{AB} = Y_B - Y_A$

Soit
$X_{AB} = 1 - (-3) = 4$
$Y_{AB} = -2 - 1 = -3$

La mesure du vecteur $\overrightarrow{AB}$ consiste donc à appliquer Pythagore
$4^2 + (-3^2) = AB^2$
$16 + 9 = 25$
$AB^2 = 25$
$AB = 5$

Index